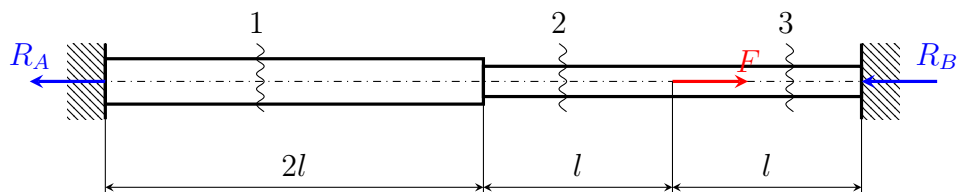


1 Zadání



Dáno: F , l , E , průřezy S_1 , $S_2 = S_3$.

Určete: Reakce R_A a R_B a napětí v řezech 1, 2 a 3.

2 Řešení

2.1 Rovnice rovnováhy

Jedná se o soustavu sil ležících v jedné přímce, proto zapíšeme jedinou rovnici rovnováhy

$$-R_A + F - R_B = 0. \quad (1)$$

Rovnice obsahuje dvě neznámé, úloha je tedy *jednou staticky neurčitá*.

2.2 Deformační rovnice

Oba konce tyče jsou fixované, proto se celková délka tyče nemůže změnit:

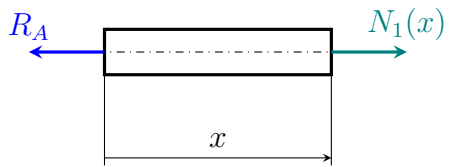
$$\Delta = 0. \quad (2)$$

2.3 Vnitřní statické účinky

Vnitřní statické účinky stanovíme metodou řezu. Je zřejmé, že jediným vnitřním statickým účinkem je normálová síla N .

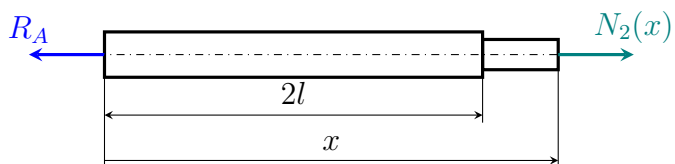
Při určování normálové síly budeme postupovat např. zleva. Souřadnici x si zavedeme od levého konce tyče.

2.3.1 Úsek č. 1



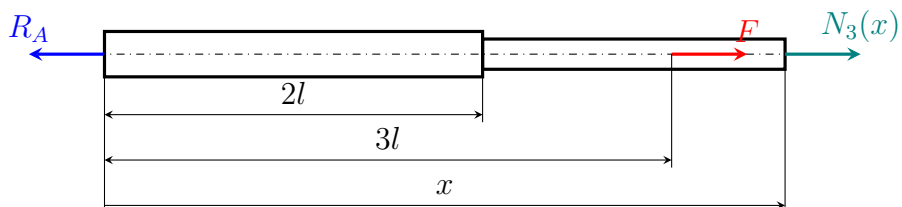
$$x \in (0, 2l),$$
$$N_1(x) = R_A.$$

2.3.2 Úsek č. 2



$$x \in (2l, 3l),$$
$$N_2(x) = R_A.$$

2.3.3 Úsek č. 3



$$x \in (3l, 4l),$$
$$N_3(x) = R_A - F.$$

2.4 Napětí, poměrné deformace a deformace jednotlivých úseků

<ul style="list-style-type: none"> • Úsek 1 	<ul style="list-style-type: none"> • Úsek 2 	<ul style="list-style-type: none"> • Úsek 3
$x \in (0, 2l)$	$x \in (2l, 3l)$	$x \in (3l, 4l)$
$N_1(x) = R_A$	$N_2(x) = R_A$	$N_3(x) = R_A - F$
$\sigma_1 = \frac{R_A}{S_1}$	$\sigma_2 = \frac{R_A}{S_2}$	$\sigma_3 = \frac{R_A - F}{S_2}$
$\varepsilon_1 = \frac{R_A}{ES_1}$	$\varepsilon_2 = \frac{R_A}{ES_2}$	$\varepsilon_3 = \frac{R_A - F}{ES_2}$
$\Delta_1 = \int_0^{2l} \varepsilon_1 dx = \frac{2R_A l}{ES_1}$	$\Delta_2 = \int_{2l}^{3l} \varepsilon_2 dx = \frac{R_A l}{ES_2}$	$\Delta_3 = \int_{3l}^{4l} \varepsilon_3 dx = \frac{(R_A - F)l}{ES_2}$

2.5 Změna délky tyče

Změna délky celé tyče je součtem změn délek jednotlivých úseků

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3,$$

čili po dosazení z předchozího odstavce

$$\Delta = \frac{2R_A l}{ES_1} + \frac{R_A l}{ES_2} + \frac{(R_A - F)l}{ES_2}.$$

2.6 Stanovení reakcí

Z posledního vztahu dosadíme do deformační rovnice (2). Spolu s rovnicí rovnováhy (1) dostaneme soustavu dvou rovnic pro dvě neznámé reakce

$$-R_A + F - R_B = 0,$$

$$\frac{2R_A l}{ES_1} + \frac{R_A l}{ES_2} + \frac{(R_A - F)l}{ES_2} = 0.$$

Řešením soustavy jsou velikosti reakcí

$$R_A = \frac{FS_1}{2(S_1 + S_2)},$$

$$R_B = \frac{F(S_1 + 2S_2)}{2(S_1 + S_2)}.$$

2.7 Stanovení napětí

Reakce dosadíme do vztahů pro napětí z odstavce 2.4. Dostaneme

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{F}{2(S_1 + S_2)}, \\ \sigma_2 &= \frac{FS_1}{2S_2(S_1 + S_2)}, \\ \sigma_3 &= -\frac{F(S_1 + 2S_2)}{2S_2(S_1 + S_2)}.\end{aligned}$$