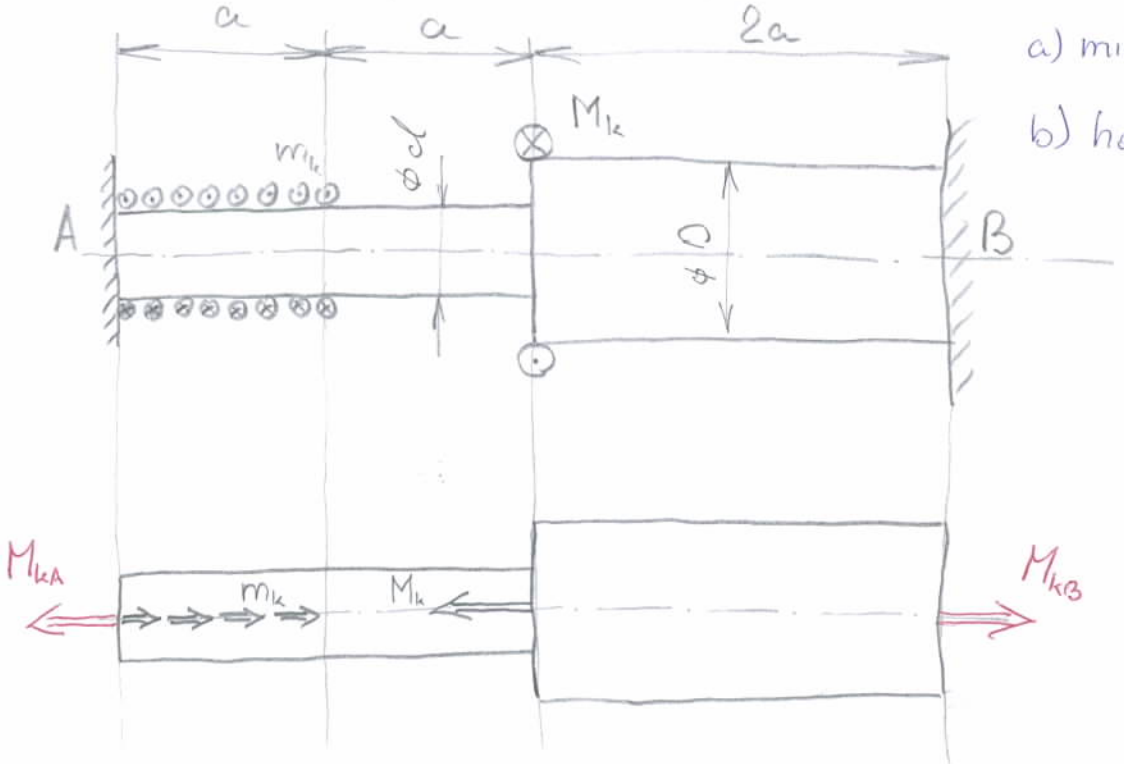
Dáno: $a, d, D = 2d, m_k, M_k = 2m_k a, E, \mu$

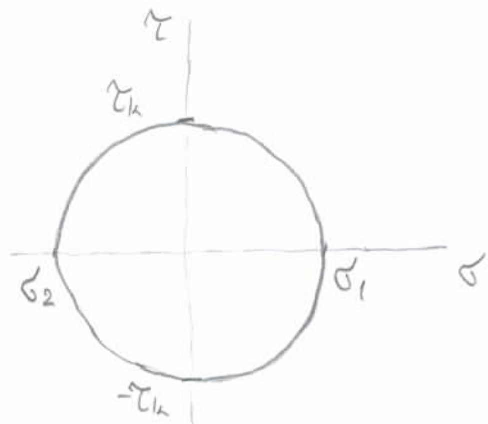
Určit:

a) místo s ε_{max}

b) hodnotu ε_{max}



Základní otázka: $\varepsilon = ?$



Odpověď: Z hlediska 2-osé napjatosti:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(\sigma_1 - \mu\sigma_2\right) = \varepsilon_{max}$$

Největší hlavní napětí je v místě, kde je τ_{kmax}.

Abychom toto místo určili, musíme znát průběh kroutícího momentu po délce hřídele, neboť $\tau_k = \frac{M_k}{W_k}$.

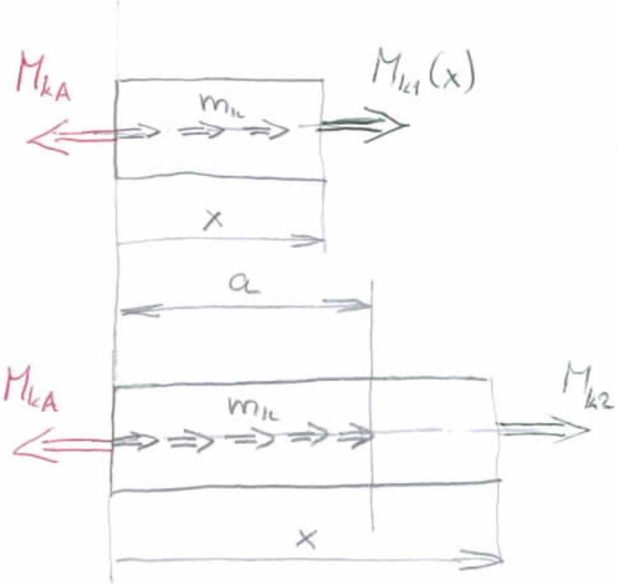
Řešme proto následující soustavu rovnic $(i = -1)$:

- rovnice statiky: $-M_{kA} + m_k . a - M_k + M_{kB} = 0$
- deformační podm.: $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0$
- fyzikální rovnice:

$$\varphi_1 = \int_0^a \frac{M_{k1}(x)}{G J_{p1}}\, dx$$

$$\varphi_2 = \frac{M_{k2} . a}{G J_{p1}} \quad ; \quad \varphi_3 = \frac{M_{k3} . 2a}{G J_{p2}}$$

Zjištění $M_{k1}(x)$, M_{k2}, M_{k3} (metoda myšleného řezu):

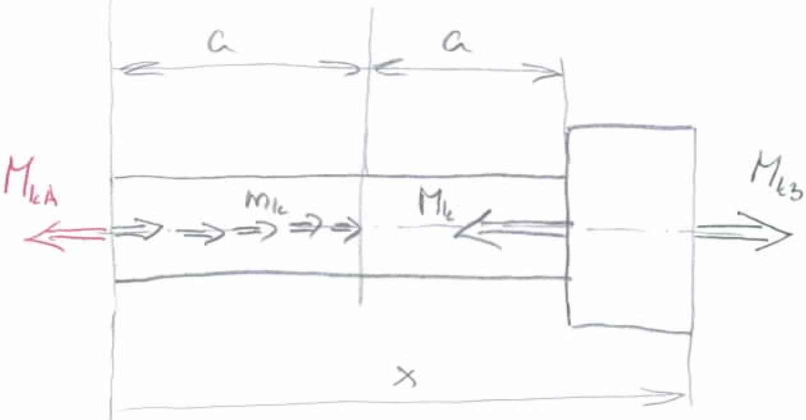


I. $x \in \langle 0; a \rangle$

$$M_{k1}(x) = M_{kA} - m_k \cdot x$$

II. $x \in \langle a; 2a \rangle$

$$M_{k2} = M_{kA} - m_k \cdot a$$



III. $x \in \langle 2a; 4a \rangle$

$$M_{k3} = M_{kA} - m_k a + M_k$$

Po dosazení do fyz. rovnic a následně do deformační podmínky:

$$\frac{1}{G J_{p1}} \int_0^a (M_{kA} - m_k x)\, dx + \frac{1}{G J_{p1}} \cdot (M_{kA} - m_k a) \cdot a + \frac{1}{G J_{p2}} (M_{kA} - m_k a + M_k) 2a = 0$$

dosaďme nyní: $J_{p1} = \frac{\pi d^4}{32}$; $J_{p2} = \frac{\pi (2d)^4}{32} = 2^4 J_{p1} = 16 J_{p1}$

$$M_k = 2 m_k a$$

po dosazení a integraci:

$$\frac{1}{G J_{p1}} \left(M_{kA} \cdot a - \frac{1}{2} m_k a^2\right) + \frac{1}{G J_{p1}} \left(M_{kA} \cdot a - m_k a^2\right) + \frac{1}{8} \frac{1}{G J_{p1}} \left(M_{kA} a - m_k a^2 + 2 m_k a^2\right) = 0$$

Po úpravě:

$$M_{kA} - \frac{1}{2} m_k a + M_{kA} - m_k a + \frac{1}{8} M_{kA} + \frac{1}{8} m_k a = 0$$

$$\frac{17}{8} M_{kA} = \frac{11}{8} m_k a$$

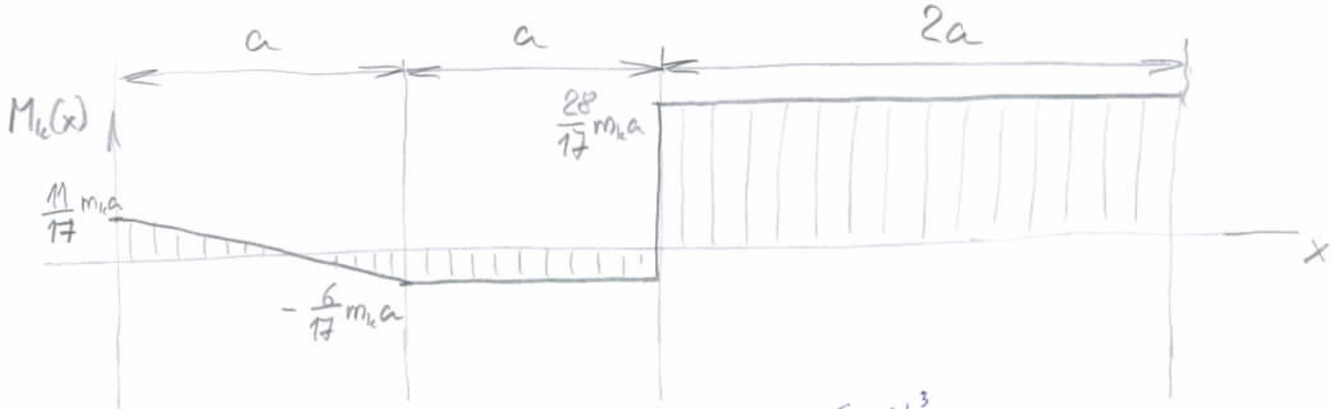
$$M_{kA} = \frac{11}{17} m_k a$$

Z předchozího plyne: $M_{k1}(x) = m_k \left(\frac{11}{17} a - x \right)$

$$M_{k2} = \frac{11}{17} m_k a - m_k a = -\frac{6}{17} m_k a$$

$$M_{k3} = \frac{11}{17} m_k a - m_k a + 2 m_k a = \frac{28}{17} m_k a$$

Průběh $M_k(x)$ graficky:



Určení W_k: $W_{k1} = \frac{\pi d^3}{16}$; $W_{k2} = \frac{\pi (2d)^3}{16} = 2^3 W_{k1} = 8 W_{k1}$

Určení $\tau_{k\max}$: z grafu $M_k(x)$ je patrné, že existují 2 místa, která jsou potenciálně nebezpečná. Je to bod A a poté celý 3. úsek ($x \in \langle 2a; 4a \rangle$)

a proto: $\tau_{k1}(x=0) = \frac{M_{k1}}{W_{k1}} = \frac{11}{17} \frac{m_k a}{W_{k1}} = \frac{22}{34} \frac{m_k a}{W_{k1}}$

$$\tau_{k3} = \frac{M_{k3}}{W_{k2}} = \frac{28}{17} \cdot \frac{1}{8} \frac{m_k a}{W_{k1}} = \frac{7}{34} \frac{m_k a}{W_{k1}}$$

Z předchozího je patrné, že $\tau_{kmax} = \tau_{k1}(x=0) = \frac{11}{17}\,\frac{m_k a}{W_{k1}}$

$$\tau_{kmax} = \frac{11.16}{17}\,\frac{m_k a}{\pi d^3}$$

Proto: $\sigma_1 = \tau_{kmax}$

$\sigma_2 = -\tau_{kmax}$

$$\varepsilon_{max} = \frac{1}{E}\left(\tau_{kmax} + \mu\,\tau_{kmax}\right) = \frac{11.16}{17.E}\,\frac{m_k a}{\pi d^3}\,(1+\mu)$$

Místem, kde vnitřní napjatost vyvolává ε_{max} je bod A.